

Une expérience d'utilisation de MATLAB pour l'enseignement de l'algèbre en première année de premier cycle universitaire

Myriam Déchamps

Université de Paris-Sud - Centre d'Orsay

1. Les buts de l'expérience.

L'introduction à Orsay d'enseignements de mathématiques en premier cycle utilisant des ordinateurs et des langages de programmation, essentiellement turbo pascal, date d'une quinzaine d'années. Mais ces enseignements ont toujours été optionnels (de l'ordre de 50 heures), peu d'enseignants s'y sont investis et ils n'ont pas influencé les cours traditionnels : les quelques changements de programme ou de présentation qui ont eu lieu découlent des changements de l'enseignement secondaire.

Le but de l'expérience était d'introduire l'utilisation du logiciel par l'équipe enseignante d'un module, non-spécialiste de cet usage, pour l'incorporer aux cours et TD traditionnels. Les finalités étaient de mieux faire comprendre les mathématiques enseignées dans le module, sans changements significatifs d'horaire et de programme, d'évaluer l'incidence sur les contenus, l'effort d'investissement des enseignants et des étudiants et les résultats.

Ces buts n'étaient pas sans arrière-pensée. La question d'intégrer l'utilisation de logiciels à l'enseignement de mathématiques est régulièrement posée, en général par d'autant de fervents partisans que de violents détracteurs. Il nous semblait donc important de mesurer les problèmes auxquels l'ensemble des collègues, spécialistes ou non de la question, seraient confrontés dans le cas d'une mise en place rapide et massive de l'utilisation de logiciels en premier cycle universitaire.

2. Les conditions de l'expérience.

Les conditions de l'expérience sont très liées au contexte d'Orsay. Tout d'abord, le choix du logiciel de calcul numérique Matlab a été imposé par les possibilités du Laboratoire d'Informatique de Premier Cycle à Orsay : ce laboratoire n'était pas équipé pour Maple, mais possédait 7 salles, avec 12 postes de travail chacune, mis en réseau, avec accès à la version 4.2 de Matlab, sous Windows. Ensuite, Matlab est peut-être plus simple à utiliser que Maple et assez performant en algèbre linéaire.

Le choix de la place dans le cursus a découlé de l'existence d'une équipe volontaire pour l'expérience, en charge d'un module à effectif réduit : le Module M1 MIAS S1, se déroulant au premier semestre 1997-1998 mais dont le programme est celui du second semestre de la première année (module "décalé" offert à des étudiants ayant redoublé un des semestres de l'année précédente, plus quelques étudiants, de l'ordre d'une dizaine, intégrant Orsay en février). Précisons qu'à Orsay le premier cycle est semestrialisé, c'est-à-dire, tous les modules se répètent tous les semestres.

- **Effectif : 97** étudiants (un Amphi, 3 groupes de TD).
- **Enseignants : 5** (4 enseignants du module ne connaissant pas Matlab avant cette expérience plus un moniteur, utilisateur de Matlab, pour les séances sur machine).

- **Programme du module** : nombres complexes (1 semaine), l'anneau $K[X]$ des polynômes à une indéterminée (2 semaines), algèbre linéaire (8 semaines, en s'arrêtant aux changements de base, sans les déterminants), intégration et équations différentielles (3 semaines).

- **Horaires du module** : 126 H de mathématiques (4H de cours et 5 H de TD par semaine), 70 H de physique, 70 H d'informatique (jusqu'à cette année, les informaticiens n'intervenaient pas au premier module du Deug et le premier contact avec l'informatique se passait au niveau du 2e module de la première année ; les étudiants ne connaissaient pas des langages impératifs de programmation, car en informatique ils commencent par apprendre un langage fonctionnel, CAML) et éventuellement 50 H d'un enseignement optionnel.

3. La mise en place

Nous avons choisi de démarrer les séances sur machine après 7 semaines de cours, pour deux raisons. D'une part Matlab utilise très fortement les notations et les calculs matriciels et il semblait raisonnable que nos étudiants aient au préalable quelques notions d'algèbre linéaire : vocabulaire, calcul matriciel et résolution des systèmes linéaires par la méthode du pivot de Gauss. D'autre part, le laboratoire d'informatique était saturé en début d'année.

La durée de l'enseignement a été de 16 H ; 4 H de cours en amphitheâtre et une séance de 2 H sur machine en plus de l'horaire normal du module ont été consacrés à la présentation du logiciel ; 5 séances de 2 H sur machine à la place des TD usuels ont permis tout d'abord une initiation à la programmation et un approfondissement du chapitre sur les polynômes (3 séances) et ensuite de revenir à la résolution des systèmes linéaires et aux changements de base.

Comme support pédagogique nous avons utilisé un polycopié d'initiation à MATLAB (écrit par F. Cottet-Emard, en vue d'un enseignement optionnel) et nous avons rédigé trois listes d'exercices liés au cours et aux TD du module et qui permettaient d'apprécier les apports et les limites du logiciel

L'évaluation a comporté un test sur machine de 1H 30 et l'utilisation du logiciel pour le dernier devoir d'algèbre linéaire.

4. Aspects pédagogiques

Les 6 heures initiales d'initiation n'ont pas été suffisantes pour apprendre aux étudiants un minimum de programmation (instructions if, for et while) ; la première liste d'exercices a duré plus de temps que prévu, et nous avons pu nous limiter à 3 séances car à la fin de chaque séance les étudiants avaient un corrigé écrit des exercices : à leur charge de comprendre la solution, de l'inscrire dans leur disquette et de faire des expériences numériques.

Dans un module semestriel, on prend rarement le temps de revenir sur un chapitre déjà étudié. Comme nous avons décidé d'initier les étudiants à la programmation sur le chapitre "polynômes", terminé un mois auparavant, cela nous a permis de constater deux faits :

- ♦ la capacité "d'oubli" des étudiants : au test qui avait suivi le chapitre sur les polynômes le sujet semblait raisonnablement acquis ; un mois après, les questions théoriques les plus simples restaient sans réponse (pourquoi un polynôme de degré 4 et à coefficients réels ne peut avoir une seule racine réelle simple ?)

◆ la difficulté à trouver la bonne réponse avec un changement de cadre ; pour montrer les capacités graphiques de Matlab, nous proposons un exercice avec un polynôme de degré 3 dont il fallait déterminer les racines, uniquement avec des graphes successifs. Dans le premier dessin, à une échelle grossière, le graphe du polynôme coïncidait avec l'axe des x sur un intervalle de valeurs de x ; certains étudiants ont été incapables de trouver un argument pour montrer que ce n'était pas possible !

Matlab étant un logiciel de calcul numérique, il doit tenir compte des erreurs d'arrondi : pour les problèmes d'algèbre linéaire il travaille toujours avec des bases orthonormales. Or, les espaces euclidiens et les procédés d'orthonormalisation figurent maintenant au dernier semestre de la deuxième année de premier cycle à Orsay. D'où quelques questions :

◆ Comment expliquer aux étudiants la réponse de Matlab lorsqu'ils demandent une base du noyau ou de l'image d'une application linéaire ?

◆ Comment justifier que Matlab donne (presque) toujours une solution d'un système linéaire, même lorsqu'il est "grossièrement" incompatible ?

Il nous a fallu une séance de 2h pour justifier le nom de "solution par la méthode des moindres carrés" de la solution x_0 d'un système linéaire incompatible $Ax = b$ donnée par Matlab et faire vérifier que Ax_0 est la projection orthogonale du vecteur second membre sur l'image de l'application linéaire associée au système. Pour des étudiants qui ont déjà bien du mal à assimiler quelques notions de base de l'algèbre linéaire, cette séance n'était pas convaincante: les problèmes de programmation et de frappe ne leur ont pas permis de concentrer leur effort sur les justifications mathématiques et ils ont estimé qu'un calcul "à la main" aurait été fait plus rapidement.

Nos étudiants ne semblaient pas assez motivés ou disponibles pour utiliser le travail fait avec le logiciel sur un exemple "simple" pour faire des nouvelles expériences mathématiques ou approfondir leurs connaissances.

5. Quelques questions

Première question :

Faut-il utiliser les logiciels uniquement comme moyen supplémentaire de calcul, en n'utilisant que les fonctions existantes ou celles incorporées par les enseignants ? Ou faut-il apprendre aux étudiants à programmer à l'aide du logiciel et à créer leurs propres fonctions ?

Dans notre cas, où l'horaire dont nous disposions était mince, nous estimons a posteriori qu'il aurait fallu prévoir moins de programmation et plus d'expériences numériques significatives.

Deuxième question :

Il semble difficile et dangereux de ne pas mettre en évidence les limites de la machine et de ne pas faire comprendre et analyser ses réponses. Pour Matlab, la plupart des arguments mathématiques qui permettent cette analyse ne se trouvent pas généralement au programme de la première année universitaire (erreurs d'arrondi et conditionnement des matrices, espaces vectoriels euclidiens,...).

Faut-il renvoyer l'utilisation d'un logiciel tel que Matlab au dernier semestre du premier cycle, quand les étudiants ont la plupart des connaissances mathématiques nécessaires à une utilisation éclairée ? Ou faut-il utiliser un logiciel tel que Matlab dès la première année

universitaire, soit en admettant des résultats qui seront développés bien plus tard, soit en changeant l'ordre traditionnel des chapitres, soit en les abordant autrement ?

Troisième question :

L'utilisation de logiciels en premier cycle s'impose-t-elle ? Analysons quelques raisons de les introduire.

- ◆ Les logiciels sont un excellent moyen d'illustrer et développer un cours de mathématiques.

Cette raison, qui est la plus parlante pour les mathématiciens, est aussi la plus difficile à réaliser, si l'horaire attribué à l'utilisation du logiciel est peu important (il est difficile d'envisager un volume conséquent, lorsque nous savons que les réformes successives des premiers cycles, ajoutées aux pressions d'autres disciplines, ont dans la plupart des universités abouti à des diminutions d'horaires en mathématiques). Le temps d'apprentissage du logiciel et le manque d'habitude d'utiliser un clavier, encore courant chez nos étudiants, s'ajoutent aux difficultés mathématiques et empêchent d'aller vers des exemples suffisamment intéressants et motivants.

- ◆ Il faut former nos étudiants aux outils qu'ils devront utiliser dans leur vie professionnelle.

Il semble indéniable que dans tous les secteurs de la vie active les professionnels auront de plus en plus à dominer les outils informatiques. En particulier, on vient d'introduire l'utilisation des logiciels Matlab et Maple aux épreuves orales de l'Agrégation de Mathématiques. Il semble donc nécessaire d'habituer nos étudiants, dès le premier cycle, à une utilisation pertinente de ces logiciels. Mais le problème de savoir s'il est préférable de l'intégrer aux enseignements traditionnels ou de cantonner cette utilisation dans des unités d'enseignement spécifiques reste posé.

- ◆ Les logiciels sont un des meilleurs leviers pour une rénovation nécessaire des contenus enseignés en mathématiques, en particulier pour une plus grande ouverture des mathématiques aux applications.

Un des principaux problèmes concernant la population étudiante actuellement en premier cycle, c'est qu'elle demande à savoir à quoi sert l'effort de rigueur et de formalisation que l'on lui demande en mathématiques, et à quoi servent les mathématiques faites : l'intérêt pour la poursuite des études n'est plus une motivation suffisante. Une bonne utilisation des logiciels pourrait peut-être permettre de traiter davantage d'applications pertinentes des mathématiques, à l'intérieur et à l'extérieur de la discipline, si l'on accepte de faire appel à des outils et résultats pas encore traités dans le cours.

Est-ce pour autant du ressort des mathématiciens d'initier les étudiants à l'usage des logiciels en premier cycle ? Les pratiques des différentes universités semblent très variables : en filière MIAS, le plus souvent, lorsqu'il y a une initiation, elle est à la charge soit des mathématiciens, soit des informaticiens. Les mathématiciens ne sont pas toujours convaincus de l'intérêt d'une utilisation courante des logiciels et il y a peu de réflexions sur les apports de cette utilisation. Avons-nous pris toute la mesure de notre responsabilité collective vis à vis des mutations à court et moyen terme de notre façon d'enseigner les mathématiques ?

Quatrième question :

La mise en place d'un enseignement nouveau, en particulier en dehors de nos compétences habituelles, représente un investissement lourd. Les conditions de travail sur machine sont différentes de celles des séances traditionnelles. D'où plusieurs problèmes de compétence et de moyens, autour de l'utilisation de logiciels :

- ◆ comment reconnaître dans les services d'enseignement la mise en place et la production de supports pédagogiques nouveaux ?
- ◆ faut-il prévoir, pour chaque équipe qui met en place un enseignement sur logiciel, le soutien d'un "expert" ?
- ◆ un enseignant (pas très expert) n'arrive pas à gérer plus de 8 postes de travail ; s'il y a 2 étudiants par poste, il faut dédoubler tous les groupes de TD ; avons-nous le potentiel nécessaire ?
- ◆ de nombreux groupes de T.D. sont encadrés par des moniteurs qui préparent une thèse, par des ATERS qui attendent un poste, voir par des vacataires ; peut-on demander à tous l'effort d'investissement nécessaire ?

6. L'avis des étudiants

Un questionnaire d'évaluation a été distribué aux étudiants en fin de semestre, comportant 30 questions, dont 4 sur MATLAB.

Nombre de réponses : 62 (64% de l'effectif du module).

Intérêt et difficulté de Matlab :

	Aucun(e)	Peu	Moyen(ne)	Intéressant	Difficile
Intérêt	26%	29%	23%	21%	-
Difficulté	8%	6%	35%	-	43%

Pensez-vous qu'il faut, pour l'utilisation de logiciels (réponses multiples acceptées) :

Moins d'heures : 18 % ; Autant d'heures : 45 % ; Plus d'heures : 23 %

Renforcer la liaison avec les cours et TD de maths : 48 %

Pensez-vous qu'il faut apprendre à utiliser des logiciels en mathématiques :

OUI : 56% NON : 32%

Pourquoi ? (question libre ; nous transcrivons les réponses presque intégralement)

Raisons évoquées pour les réponses OUI :

L'utilité (12 réponses) :

- utile ou indispensable pour l'avenir, utile pour les calculs ;
- les logiciels sont utiles, ils permettent une meilleure approche de l'info (pour notre futur travail... si on en trouve), mais une calculatrice fait souvent mieux ;
- cela va peut-être nous être utile pour la suite, mais apprendre à s'en servir a été long et difficile et à côté les cours et TD de maths étaient rapides et denses ; ça a été une perte de temps.

L'intérêt pour les mathématiques (8 réponses) :

- permet plus de rigueur dans le raisonnement ;
- permet d'approfondir quelques parties du programme ;
- c'est une autre façon de vérifier si les cours ont été compris ;
- permet d'approcher la réflexion sur les maths de manière différente et de voir d'autres applications et méthodes de travail ;
- cela rend les maths plus agréables et peut améliorer leur compréhension ;
- l'utilisation de logiciels peut apporter une réponse rapide à un problème complexe en mathématiques, "impossible" à résoudre à la main ; cependant il y a peu d'intérêt lorsqu'on met plus de temps à comprendre Matlab que le problème en question...
- c'est bien pratique en algèbre linéaire.

L'intérêt pour la coordination maths-info (6 réponses)

- on a une nouvelle approche des mathématiques et de l'informatique ;
- cela permet de relier les matières maths et info et de faire des exercices sans se préoccuper des fautes de calcul.
- c'est bien de connaître une application de l'informatique en mathématiques.
- dans la mesure où on est en filière MIAS et que ces logiciels existent, il me paraît important de savoir les utiliser.

Réponse OUI accompagnée de critiques (4 réponses) :

- si les enseignants savaient bien utiliser Matlab l'apprentissage de ce logiciel aurait été plus facile et plus intéressant ;
- il ne faudrait pas que les séances de Matlab suppriment 2h de TD ;
- cela permet de gagner du temps dans certains cas, c'est comme utiliser une supercalculatrice ; je déplore cependant que l'on ne nous ait pas appris à nous servir d'autres logiciels scientifiques plus répandus et dont on trouve des clones dans le domaine public.

Raisons évoquées pour les réponses NON :

L'inutilité (7 réponses) :

- pour vérifier des résultats il y a des calculatrices ;
- pour apprendre à faire des programmes il y a déjà des cours d'informatique ;
- Matlab ne fait guère mieux que la TI 92 ;
- moins intéressant que l'info ;
- je ne vois pas quel peut-être l'intérêt d'un tel logiciel en entreprise, de plus les logiciels évoluent et ceux que l'on rencontrera (peut-être) seront différents.

Ce n'est pas performant pour les maths (3 réponses) :

- je préfère les maths théoriques ;
- cela peut nous aider à faire un exercice mais pas vraiment à le comprendre ;
- l'ordinateur n'est qu'un outil de calcul et il ne remplacera jamais une démonstration mathématique.

C'est trop tôt ! (2 réponses) :

- trop tôt dans le cursus, il nous faudrait plus de connaissances en informatique et un niveau de maths plus élevé.

Le rejet de l'informatique (3 réponses).

Trop de boulot ! (1 réponse)

7. Conclusion

Les étudiants, à quelques exceptions près, se posent les mêmes questions que les enseignants sur cette expérience d'utilisation de MATLAB.

Essayons d'interpréter pourquoi cet enseignement n'a pas été jugé "assez intéressant". D'une part nous avons utilisé un logiciel très performant pour des calculs numériques et des visualisations graphiques, mais dans le temps très restreint de l'expérience il n'était pas possible d'exploiter toutes ses possibilités (autrement dit, il y a eu "détournement" des finalités du logiciel, et le résultat n'a pas été probant!). D'autre part nous avons une population fragile en mathématiques et peu performante pour l'utilisation de l'outil informatique ; l'apprentissage du logiciel a été senti comme un surcroît de travail trop important. Cela pose les questions de volume horaire et de place dans le cursus pour que le logiciel devienne une aide et non une gêne

Nous retenons que, malgré les problèmes rencontrés, la plupart des étudiants estime qu'il faut apprendre à utiliser des logiciels en mathématiques.

L'importance accordée actuellement à l'utilisation des moyens informatiques est telle que l'on exigera, à courte ou moyenne échéance, la maîtrise de logiciels de calcul numérique et symbolique dans la plupart des secteurs d'activité scientifique. Il nous faudra donc savoir répondre aux nombreuses questions qui se posent pour une utilisation des logiciels qui soit réussie, à la fois, pour les étudiants, pour les enseignants et pour l'enseignement des mathématiques.

Sommaire

1. Les buts de l'expérience.
2. Les conditions de l'expérience.
3. La mise en place.
4. Aspects pédagogiques.
5. Quelques questions.
6. L'avis des étudiants.
7. Conclusion.

Myriam Déchamps
Université de Paris Sud - Centre d'Orsay
91405 - ORSAY - Cedex
E-mail : Myriam.Dechamps@math.u-psud.fr