Texte de PIERRE DUHEM extrait de : Philosophie des sciences - Tome 1 : Expériences, théories et méthodes
Dirigé par Sandra Laugier , Pierre Wagner. Ed. Vrin

THÉORIE PHYSIQUE, DÉDUCTION MATHÉMATIQUE, EXPÉRIENCE *

I. LA DÉDUCTION MATHÉMATIQUE ET LA THÉORIE PHYSIQUE (*La Théorie physique : son objet, sa structure*, 2e partie, chapitre 3)

1. *À-peu-près physique et précision mathématique*

Lorsqu'on se propose de construire une théorie physique, on a d'abord à choisir, parmi les propriétés que révèle l'observation, celles qu'on regardera comme des qualités premières, et à les représenter par des symboles algébriques ou géométriques.

Cette première opération, à l'étude de laquelle nous avons consacré les deux chapitres précédents[1], étant achevée, on en doit accomplir une seconde : entre les symboles algébriques ou géométriques qui représentent les propriétés premières, on

* Sous ce titre, nous réunissons ici les chapitres 3 et 6 (§ 1-4) de la seconde partie de l'ouvrage de Pierre Duhem, *La Théorie physique : son objet, sa structure*, Paris, Chevalier et Rivière, 1906; 2e éd. revue et augmentée, Paris, Rivière, 1914; Paris, Vrin, 1989.

1. [N.d.T.] chap. 1 : « Quantité et qualité »; chap. 2 : « Les qualités premières ».

doit établir des relations; ces relations serviront de principes aux déductions par lesquelles la théorie se développera.

Il semblerait donc naturel d'analyser maintenant cette seconde opération, l'*énoncé des hypothèses*. Mais avant de tracer le plan des fondations qui porteront un édifice, de choisir les matériaux avec lesquels on les bâtira, il est indispensable de savoir quel sera l'édifice, et de connaître les pressions qu'il exercera sur ses assises. C'est donc seulement à la fin de notre étude que nous pourrons préciser les conditions qui s'imposent au choix des hypothèses[1].

Nous allons, dès lors, aborder immédiatement l'examen de la troisième opération constitutive de toute théorie, le *développement mathématique*.

La déduction mathématique est un intermédiaire; elle a pour objet de nous enseigner qu'en vertu des hypothèses fondamentales de la théorie, la réunion de telles circonstances entraînera telles conséquences; que tels faits se produisant, tel autre fait se produira; de nous annoncer, par exemple, en vertu des hypothèses de la thermodynamique, que si nous soumettons un bloc de glace à telle compression, ce bloc fondra lorsque le thermomètre marquera tel degré.

La déduction mathématique introduit-elle directement dans ses calculs les faits que nous nommons les *circonstances* sous la forme concrète où nous les observons? En tire-t-elle le fait que nous nommons la *conséquence* sous la forme concrète ou nous le constaterons? Assurément non. Un appareil de compression, un bloc de glace, un thermomètre, sont des choses que le physicien manipule dans son laboratoire; ce ne sont point des éléments sur lesquels le calcul algébrique ait prise. Le calcul algébrique ne combine que des nombres. Donc, pour que le mathématicien puisse introduire dans ses formules les circonstances concrètes d'une expérience, il faut que ces circonstances aient été, par l'intermédiaire de

1. [N.d.T.] cf. *La Théorie physique*, chap. 7 : « Le choix des hypothèses ».

mesures, traduites en nombres; que, par exemple, les mots: *une telle pression*, aient été remplacés par un certain nombre d'atmosphères, qu'il mettra dans son équation à la place de la lettre P. De même, ce que le mathématicien obtiendra au bout de son calcul, c'est un certain nombre; il faudra recourir aux méthodes de mesures pour faire correspondre à ce nombre un fait concret et observable; par exemple, pour faire correspondre une certaine indication du thermomètre à la valeur numérique prise par la lettre T que contenait l'équation algébrique.

Ainsi, à son point de départ comme à son point d'arrivée, le développement mathématique d'une théorie physique ne peut se souder aux faits observables que par une traduction. Pour introduire dans les calculs les circonstances d'une expérience, il faut faire une version qui remplace le langage de l'observation concrète par le langage des nombres; pour rendre constatable le résultat que la théorie prédit à cette expérience, il faut qu'un thème transforme une valeur numérique en une indication formulée dans la langue de l'expérience. Les méthodes de mesure sont, nous l'avons déjà dit, le vocabulaire qui rend possibles ces deux traductions en sens inverse.

Mais qui traduit, trahit; *traduttore, traditore*; il n'y a jamais adéquation complète entre les deux textes qu'une version fait correspondre l'un à l'autre. Entre les faits concrets, tels que le physicien les observe, et les symboles numériques par lesquels ces faits sont représentés dans les calculs du théoricien, la différence est extrême. Cette différence, nous aurons, plus tard, occasion de l'analyser et d'en marquer les principaux caractères. Pour le moment, un seul de ces caractères va retenir notre attention.

Considérons, tout d'abord, ce que nous nommerons un fait *théorique*, c'est-à-dire cet ensemble de données mathématiques par lesquelles un fait concret est remplacé dans les raisonnements et les calculs du théoricien. Prenons, par exemple, ce fait: la température est distribuée de telle manière sur tel corps.

Dans un tel *fait théorique*, il n'y a rien de vague, rien d'indécis; tout est déterminé d'une manière précise; le corps étudié est défini géométriquement; ses arêtes sont de véritables lignes sans épaisseur, ses pointes de véritables points sans dimensions; les diverses longueurs, les divers angles qui déterminent sa figure sont exactement connus; à chaque point de ce corps correspond une température, et cette température est, pour chaque point, un nombre qui ne se confond avec aucun autre nombre.

En face de ce *fait théorique*, plaçons le *fait pratique* dont il est la traduction. Ici, plus rien de la précision que nous constations il y a un instant. Le corps n'est plus un solide géométrique; c'est un bloc concret; si aiguës que soient ses arêtes, chacune d'elles n'est plus l'intersection géométrique de deux surfaces, mais une échine plus ou moins arrondie, plus ou moins dentelée; ses pointes sont plus ou moins écachées et émoussées; le thermomètre ne nous donne plus la température en chaque point, mais une sorte de température moyenne relative à un certain volume dont l'étendue même ne peut pas être très exactement fixée; nous ne saurions, d'ailleurs, affirmer que cette température est tel nombre, à l'exclusion de tout autre nombre; nous ne saurions déclarer, par exemple, que cette température est rigoureusement égale à 10°; nous pouvons seulement affirmer que la différence entre cette température et 10° ne surpasse pas une certaine fraction de degré dépendant de la précision de nos méthodes thermométriques.

Ainsi, tandis que les contours de l'image sont arrêtés par un trait d'une précise dureté, les contours de l'objet sont flous, enveloppés, estompés. Il est impossible de décrire le fait pratique sans atténuer par l'emploi des mots *à peu près*, ce que chaque proposition a de trop déterminé; au contraire, tous les éléments qui constituent le fait théorique sont définis avec une rigoureuse exactitude.

De là cette conséquence : *une infinité de faits théoriques différents peuvent être pris pour traduction d'un même fait pratique.*

Dire, par exemple, dans l'énoncé du fait théorique, que telle ligne a une longueur de 1 centimètre, ou de 0,999 cm, ou de 0,993 cm, ou de 1,002 cm, ou de 1,003 cm, c'est formuler des propositions qui, pour le mathématicien, sont essentiellement différentes ; mais c'est ne rien changer au fait pratique dont le fait théorique est la traduction, si nos moyens de mesure ne nous permettent pas d'apprécier les longueurs inférieures au dixième de millimètre. Dire que la température d'un corps est 10°, ou 9°99, ou 10°01, c'est formuler trois faits théoriques incompatibles ; mais ces trois faits théoriques incompatibles correspondent à un seul et même fait pratique, si la précision de notre thermomètre n'atteint pas au cinquantième degré.

Un fait pratique ne se traduit donc pas par un fait théorique unique, mais par une sorte de faisceau qui comprend une infinité de faits théoriques différents ; chacun des éléments mathématiques qui se réunissent pour constituer un de ces faits peut varier d'un fait à l'autre ; mais la variation dont chacun de ces éléments est susceptible ne peut excéder une certaine limite ; cette limite est celle de l'erreur qui peut entacher la mesure de cet élément ; plus les méthodes de mesure sont parfaites, plus l'approximation qu'elles comportent est grande, plus cette limite est étroite ; mais elle ne resserre jamais au point de s'évanouir.

2. *Déductions mathématiques physiquement utiles ou inutiles*

Ces remarques sont bien simples ; elles sont familières au physicien au point d'être banales ; elles n'en ont pas moins, pour le développement mathématique d'une théorie physique, de graves conséquences.

Lorsque les données numériques d'un calcul sont fixées d'une manière précise, ce calcul, si long et si compliqué soit-il, fait également connaître l'exacte valeur numérique du résultat. Si l'on change la valeur des données, on change, en général, la valeur du résultat. Partant, lorsqu'on aura représenté les conditions d'une expérience par un fait théorique nettement défini, le développement mathématique représentera, par un autre fait théorique nettement défini, le résultat que doit fournir cette expérience ; si l'on change le fait théorique qui traduit les conditions de l'expérience, le fait théorique qui en traduit le résultat changera également. Si, par exemple, dans la formule, déduite des hypothèses thermodynamiques, qui relie le point de fusion de la glace à la pression, nous remplaçons la lettre P, qui représente la pression, par un certain nombre, nous connaîtrons le nombre qu'il faut substituer à la lettre T, symbole de la température de fusion ; si nous changeons la valeur numérique attribuée à la pression, nous changerons aussi la valeur numérique du point de fusion.

Or, selon ce que nous avons vu au paragraphe 1, si l'on se donne d'une manière concrète les conditions d'une expérience, on ne pourra pas les traduire par un fait théorique déterminé sans ambiguïté ; on devra leur faire correspondre tout un faisceau de faits théoriques, en nombre infini. Dès lors, les calculs du théoricien ne présageront pas le résultat de l'expérience sous forme d'un fait théorique unique, mais sous forme d'une infinité de faits théoriques différents.

Pour traduire, par exemple, les conditions de notre expérience sur la fusion de la glace, nous ne pourrons pas substituer au symbole P de la pression une seule et unique valeur numérique, la valeur 10 atmosphères, par exemple ; si l'erreur que comporte l'emploi de notre manomètre a pour limite le dixième d'atmosphère, nous devrons supposer que P puisse prendre toutes les valeurs comprises entre 9,95atm et 10,05atm. Naturellement, à chacune de ces valeurs de la pression, notre formule fera correspondre une valeur différente du point de fusion de la glace.

Ainsi les conditions d'une expérience, données d'une manière concrète, se traduisent par un faisceau de faits théoriques; à ce premier faisceau de faits théoriques, le développement mathématique de la théorie en fait correspondre un second, destiné à figurer le résultat de l'expérience.

Ces derniers faits théoriques ne pourront nous servir sous la forme même où nous les obtenons; il nous les faudra traduire et mettre sous forme de faits pratiques; alors seulement nous connaîtrons vraiment le résultat que la théorie assigne à notre expérience. Nous ne devrons pas, par exemple, nous arrêter lorsque nous aurons tiré de notre formule thermodynamique diverses valeurs numériques de la lettre T; il nous faudra chercher à quelles indications réellement observables, lisibles sur l'échelle graduée de notre thermomètre, correspondent ces indications.

Or, lorsque nous aurons fait cette nouvelle traduction, inverse de celle qui nous occupait tout à l'heure, ce *thème*, destiné à transformer les faits théoriques en faits pratiques, qu'aurons-nous obtenu ?

Il pourra se faire que le faisceau de faits théoriques, en nombre infini, par lequel la déduction mathématique assigne à notre expérience le résultat qu'elle doit produire, ne nous fournisse pas, après traduction, plusieurs faits pratiques différents, mais un seul et unique fait pratique. Il pourra arriver, par exemple, que deux des valeurs numériques trouvées pour la lettre T ne diffèrent jamais d'un centième de degré, et que le centième degré marque la sensibilité limite de notre thermomètre, en sorte que toutes ces valeurs théoriques différentes de T correspondent, pratiquement, à une seule et même lecture sur l'échelle du thermomètre.

Dans un semblable cas, la déduction mathématique aura atteint son but; elle nous aura permis d'affirmer qu'en vertu des hypothèses sur lesquelles repose la théorie, telle expérience, faite dans telles conditions pratiquement données, doit fournir tel résultat concret et observable; elle aura rendu possible la comparaison entre les conséquences de la théorie et les faits.

Mais il n'en sera pas toujours ainsi. À la suite de la déduction mathématique, une infinité de faits théoriques se présentent comme conséquences possibles de notre expérience; en traduisant ces faits théoriques en langage concret, il pourra se faire que nous n'obtenions plus un fait pratique unique, mais plusieurs faits pratiques que la sensibilité de nos instruments nous permettra de distinguer les uns des autres. Il pourra se faire, par exemple, que les diverses valeurs numériques données par notre formule thermodynamique pour le point de fusion de la glace présentent, de l'une à l'autre, un écart atteignant un dixième de degré, ou même un degré, tandis que notre thermomètre nous permet d'apprécier le centième de degré. Dans ce cas, la déduction mathématique aura perdu son utilité; les conditions d'une expérience étant pratiquement données, nous ne pourrons plus annoncer, d'une manière pratiquement déterminée, le résultat qui doit être observé.

Une déduction mathématique, issue des hypothèses sur lesquelles repose une théorie, peut donc être utile ou oiseuse selon que, des conditions *pratiquement données* d'une expérience, elle permet ou non de tirer la prévision *pratiquement déterminée* du résultat.

Cette appréciation de l'utilité d'une déduction mathématique n'est pas toujours absolue; elle dépend du degré de sensibilité des appareils qui doivent servir à observer le résultat de l'expérience. Supposons, par exemple, qu'à une pression pratiquement donnée, notre formule thermodynamique fasse correspondre un faisceau de points de fusion de la glace; qu'entre deux de ces points de fusion, la différence surpasse parfois un centième de degré, mais qu'elle n'atteigne jamais un dixième de degré; la déduction mathématique qui a fourni cette formule sera réputée utile par le physicien dont le thermomètre apprécie seulement le dixième de degré, et inutile par le physicien dont l'instrument décide sûrement un écart de température d'un centième de degré. On voit par là combien le jugement porté sur l'utilité d'un développement mathématique pourra varier d'une époque à l'autre, d'un laboratoire à l'autre, d'un physicien à l'autre, selon l'habileté des constructeurs, selon la perfection de l'outillage, selon l'usage auquel on destine les résultats de l'expérience.

Cette appréciation peut dépendre aussi de la sensibilité des moyens de mesure qui servent à traduire en nombre les conditions pratiquement données de l'expérience.

Reprenons la formule de thermodynamique qui nous a constamment servi d'exemple. Nous sommes en possession d'un thermomètre qui distingue avec certitude une différence de température d'un centième de degré; pour que notre formule nous annonce, sans ambiguïté pratique, le point de fusion de la glace sous une pression donnée, il sera nécessaire et suffisant qu'elle nous fasse connaître au centième de degré près la valeur numérique de la lettre T.

Or, si nous employons un manomètre grossier, incapable de distinguer deux pressions lorsque leur différence n'atteint pas dix atmosphères, il peut arriver qu'une pression pratiquement donnée corresponde, dans la formule, à des points de fusion s'écartant les uns des autres de plus d'un centième de degré; tandis que si nous déterminions la pression avec un manomètre plus sensible, discernant sûrement deux pressions qui diffèrent d'une atmosphère, la formule ferait correspondre à une pression donnée un point de fusion connu avec une approximation supérieure au centième de degré. Inutile lorsqu'on fait usage du premier manomètre, la formule deviendrait utile si l'on se servait du second.

3. *Exemple de déduction mathématique à tout jamais inutilisable*

Dans le cas que nous venons de prendre pour exemple, nous avons augmenté la précision des procédés de mesure qui servaient à traduire en faits théoriques les conditions pratiquement données de l'expérience; par là, nous avons resserré de plus en plus le faisceau de faits théoriques que cette traduction fait correspondre à un fait pratique unique; en même temps, le faisceau de faits théoriques par lequel notre déduction mathématique représente le résultat annoncé de l'expérience s'est resserré, lui aussi; il est devenu assez étroit pour que nos procédés de mesure lui fassent correspondre un fait pratique unique; à ce moment, notre déduction mathématique est devenue utile.

Il semble qu'il en doive toujours être ainsi. Si, comme donnée, on prend un fait théorique unique, la déduction mathématique lui fait correspondre un autre fait théorique unique; dès lors, on est naturellement porté à formuler cette conclusion: quelque délié que soit le faisceau de faits théoriques qu'on souhaite d'obtenir comme résultat, la déduction mathématique pourra toujours lui assurer cette minceur, pourvu qu'on resserre suffisamment le faisceau de faits théoriques qui représente les données.

Si cette intuition atteignait la vérité, une déduction mathématique issue des hypothèses sur lesquelles repose une théorie physique ne pourrait jamais être inutile que d'une manière relative et provisoire; quelque délicats que soient les procédés destinés à mesurer les résultats d'une expérience, on pourrait toujours, en rendant assez précis et assez minutieux les moyens par lesquels on traduit en nombres les conditions de cette expérience, faire en sorte que, de conditions pratiquement déterminées, notre déduction tire un résultat pratiquement unique. Une déduction, aujourd'hui inutile, deviendrait utile le jour où l'on accroîtrait notablement la sensibilité des instruments qui servent à apprécier les conditions de l'expérience.

Le mathématicien moderne se tient fort en garde contre ces apparentes évidences qui, si souvent, ne sont que piperies. Celle que nous venons d'invoquer n'est qu'un leurre. On peut citer des cas où elle est en contradiction manifeste avec la vérité. Telle déduction, à un fait théorique unique, pris comme donnée, fait correspondre, à titre de résultat, un fait théorique unique. Si la donnée est un faisceau de faits théoriques, le résultat est un autre faisceau de faits théoriques. Mais on a beau resserrer indéfiniment le premier faisceau, le rendre aussi délié que possible, on n'est pas maître de diminuer autant qu'on le veut l'écartement du second faisceau; bien que le premier faisceau soit infiniment étroit, les brins qui forment le second faisceau divergent et se séparent les uns des autres, sans qu'on puisse réduire leurs mutuels écarts au-dessous d'une certaine limite. Une telle déduction mathématique est et restera toujours inutile au physicien; quelque précis et minutieux que soient les instruments par lesquels les conditions de l'expérience seront traduites en nombres, toujours, à des conditions expérimentales pratiquement déterminées, cette déduction fera correspondre une infinité de résultats pratiques différents; elle ne permettra plus d'annoncer d'avance ce qui doit arriver en des circonstances données.

D'une telle déduction, à tout jamais inutile, les recherches de M. J. Hadamard nous fournissent un exemple bien saisissant; il est emprunté à l'un des problèmes les plus simples qu'ait à traiter la moins compliquée des théories physiques, la mécanique.

Une masse matérielle glisse sur une surface; aucune pesanteur, aucune force ne la sollicite; aucun frottement ne gêne son mouvement. Si la surface sur laquelle elle doit demeurer est un plan, elle décrit une ligne droite avec une vitesse uniforme; si la surface est une sphère, elle décrit un arc de grand cercle, également avec une vitesse uniforme.

Si notre point matériel se meut sur une surface quelconque, il décrit une ligne que les géomètres nomment une *ligne géodésique* de la surface considérée. Lorsqu'on se donne la position initiale de notre point matériel et la direction de sa vitesse initiale, la géodésique qu'il doit décrire est bien déterminée.

Les recherches de M. Hadamard[1] ont porté, en particulier, sur les géodésiques des surfaces à courbures opposées, à connexions multiples, qui présentent des nappes infinies; sans nous attarder ici à définir géométriquement de semblables surfaces, bornons-nous à en donner un exemple.

Imaginons le front d'un taureau, avec les éminences d'où partent les cornes et les oreilles, et les cols qui se creusent entre ces éminences; mais allongeons sans limite ces cornes et ces oreilles, de telle façon qu'elles s'étendent à l'infini; nous aurons une des surfaces que nous voulons étudier.

Sur une telle surface, les géodésiques peuvent présenter bien des aspects différents.

Il est, d'abord, des géodésiques qui se ferment sur elles-mêmes. Il en est aussi qui, sans jamais repasser exactement par leur point de départ, ne s'en éloignent jamais infiniment; les unes tournent sans cesse autour de la corne droite, les autres autour de la corne gauche, ou de l'oreille droite, ou de l'oreille gauche; d'autres, plus compliquées, font alterner suivant certaines règles les tours qu'elles décrivent autour d'une corne avec les tours qu'elles décrivent autour de l'autre corne, ou de l'une des oreilles. Enfin, sur le front de notre taureau aux cornes et aux oreilles illimitées, il y aura des géodésiques qui s'en iront à l'infini, les unes en gravissant la corne droite, les autres en gravissant la corne gauche, d'autres encore en suivant l'oreille droite ou l'oreille gauche.

1. J. Hadamard, « Les surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodésiques », *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 1898, 5e série, t. IV, p. 27.

Malgré cette complication, si l'on connaît avec une entière exactitude la position initiale d'un point matériel sur ce front de taureau et la direction de la vitesse initiale, la ligne géodésique que ce point suivra dans son mouvement sera déterminée sans aucune ambiguïté. On saura très certainement, en particulier, si le mobile doit demeurer toujours à distance finie ou s'il s'éloignera indéfiniment pour ne plus jamais revenir.

Il en sera tout autrement si les conditions initiales ne sont pas données mathématiquement, mais pratiquement; la position initiale de notre point matériel ne sera plus un point déterminé sur la surface, mais un point quelconque pris à l'intérieur d'une petite tache; la direction de la vitesse initiale ne sera plus une droite définie sans ambiguïté, mais une quelconque des droites que comprend un étroit faisceau dont le contour de la petite tache forme le lien; à nos données initiales pratiquement déterminées correspondra, pour le géomètre, une infinie multiplicité de donnes initiales différentes.

Imaginons que certaines de ces données géométriques correspondent à une ligne géodésique qui ne s'éloigne pas à l'infini, par exemple, à une ligne géodésique qui tourne sans cesse autour de la corne droite. La géométrie nous permet d'affirmer ceci: parmi les données mathématiques innombrables qui correspondent aux mêmes données pratiques, il en est qui déterminent une géodésique s'éloignant indéfiniment de son point de départ; après avoir tourné un certain nombre de fois autour de la corne droite, cette géodésique s'en ira à l'infini soit sur la corne droite, soit sur la corne gauche, soit sur l'oreille droite, soit sur l'oreille gauche. Il y a plus; malgré les limites étroites qui resserrent les données géométriques capables de représenter nos données pratiques, on peut toujours prendre ces données géométriques de telle sorte que la géodésique s'éloigne sur celle des nappes infinies qu'on aura choisie d'avance.

On aura beau augmenter la précision avec laquelle sont déterminées les données pratiques, rendre plus petite la tache où se trouve la position initiale du point matériel, resserrer le faisceau qui comprend la direction initiale de la vitesse, jamais la géodésique qui demeure à distance finie en tournant sans cesse autour de la corne droite ne pourra être débarrassée de ces compagnes infidèles qui, après avoir tourné comme elle autour de la même corne, s'écarteront indéfiniment. Le seul effet de cette plus grande précision dans la fixation des données initiales sera d'obliger ces géodésiques à décrire un plus grand nombre de tours embrassant la corne droite avant de produire leur branche infinie; mais cette branche infinie ne pourra jamais être supprimée.

Si donc un point matériel est lancé sur la surface étudiée à partir d'une position géométriquement donnée, avec une vitesse géométriquement donnée, la déduction mathématique peut déterminer la trajectoire de ce point et dire si cette trajectoire s'éloigne ou non à l'infini. Mais, pour le physicien, cette déduction est à tout jamais inutilisable. Lorsqu'en effet les données ne sont plus connues géométriquement, mais sont déterminées par des procédés physiques, si précis qu'on les suppose, la question posée demeure et demeurera toujours sans réponse.

4. *Les mathématiques de l'à-peu-près*

L'exemple que nous venons d'analyser nous est fourni, avons-nous dit, par l'un des problèmes les plus simples qu'ait à traiter la mécanique, c'est-à-dire la moins complexe des théories physiques. Cette simplicité extrême a permis à M. Hadamard de pénétrer dans l'étude du problème assez avant pour mettre à nu l'inutilité physique absolue, irrémédiable, de certaines déductions mathématiques. Cette décevante conclusion ne se rencontrerait-elle pas dans une foule d'autres problèmes plus compliqués, s'il était possible d'en analyser d'assez près la solution? La réponse à cette question ne paraît guère douteuse; les progrès des sciences mathématiques nous prouveront sans doute qu'une foule de problèmes, bien définis pour le géomètre, perdent tout sens pour le physicien.

En voici un[1] qui est bien célèbre, et dont le rapprochement s'impose avec celui qu'a traité M. Hadamard.

Pour étudier les mouvements des astres qui composent le système solaire, les géomètres remplacent tous ces astres : Soleil, planètes grosses ou petites, satellites, par des points matériels ; ils supposent que ces points s'attirent deux à deux proportionnellement au produit des masses du couple et en raison inverse du carré de la distance qui en sépare les deux éléments. L'étude du mouvement d'un semblable système est un problème beaucoup plus compliqué que celui dont nous avons parlé aux pages précédentes ; il est célèbre dans la science sous le nom de problème des *n* corps ; lors même que le nombre des corps soumis à leurs actions mutuelles est réduit à 3, le *problème des trois corps* demeure pour les géomètres une redoutable énigme.

Néanmoins, si l'on connaît à un instant donné, avec une précision mathématique, la position et la vitesse de chacun des astres qui composent le système, on peut affirmer que chaque astre suit, à partir de cet instant, une trajectoire parfaitement définie ; la détermination effective de cette trajectoire peut opposer aux efforts des géomètres des obstacles qui sont loin d'être levés ; il est permis, toutefois, de supposer qu'un jour viendra où ces obstacles seront renversés.

Dès lors, le géomètre peut se poser la question suivante : les positions et les vitesses des astres qui composent le système solaire étant ce qu'elles sont aujourd'hui, ces astres continueront-ils tous et indéfiniment à tourner autour du Soleil ? N'arrivera-t-il pas, au contraire, qu'un de ces astres finisse par s'écarter de l'essaim de ses compagnons pour aller se perdre dans l'immensité ? Cette question constitue le problème de la

1. J. Hadamard, *op. cit.*, p. 71.

stabilité du système solaire, que Laplace avait cru résoudre, dont les efforts des géomètres modernes et, en particulier, de M. Poincaré, ont surtout montré l'extrême difficulté.

Pour le mathématicien, le problème de la stabilité du système solaire a certainement un sens, car les positions initiales des astres et leurs vitesses initiales sont, pour lui, des éléments connus avec une précision mathématique. Mais, pour l'astronome, ces éléments ne sont déterminés que par des procédés physiques ; ces procédés comportent des erreurs que les perfectionnements apportés aux instruments et aux méthodes d'observation réduisent de plus en plus, mais qu'ils n'annuleront jamais. Il se pourrait, dès lors, que le problème de la stabilité du système solaire fût, pour l'astronome, une question dénuée de tout sens ; les données pratiques qu'il fournit au géomètre équivalent, pour celui-ci, à une infinité de données théoriques voisines les unes des autres, mais cependant distinctes ; peut-être, parmi ces données, en est-il qui maintiendraient éternellement tous les astres à distance finie, tandis que d'autres rejetteraient quelqu'un des corps célestes dans l'immensité. Si une telle circonstance, analogue à celle qui s'est offerte dans le problème traité par M. Hadamard, se présentait ici, toute déduction mathématique relative à la stabilité du système solaire serait, pour le physicien, une déduction à tout jamais inutilisable.

On ne peut parcourir les nombreuses et difficiles déductions de la mécanique céleste et de la physique mathématique, sans redouter, pour beaucoup de ces déductions, une condamnation à l'éternelle stérilité.

En effet, une déduction mathématique n'est pas utile au physicien tant qu'elle se borne à affirmer que telle proposition, *rigoureusement* vraie, a pour conséquence l'exactitude *rigoureuse* de telle autre proposition. Pour être utile au physicien, il lui faut encore prouver que la seconde proposition reste *à peu près* exacte lorsque la première est seulement *à peu près* vraie. Et cela ne suffit pas encore ; il lui faut délimiter l'amplitude de ces deux à-peu-près; il lui faut fixer les bornes de l'erreur qui peut être commise sur le résultat, lorsque l'on connaît le degré de précision des méthodes qui ont servi à mesurer les données; il lui faut définir le degré d'incertitude qu'on pourra accorder aux données lorsqu'on voudra connaître le résultat avec une approximation déterminée.

Telles sont les conditions rigoureuses qu'on est tenu d'imposer à la déduction mathématique si l'on veut que cette langue, d'une précision absolue, puisse traduire, sans le trahir le langage du physicien; car les termes de ce dernier langage sont et seront toujours vagues et imprécis, comme les perceptions qu'ils doivent exprimer. À ces conditions, mais à ces conditions seulement, on aura une représentation mathématique de l'*à-peu-près*.

Mais qu'on ne s'y trompe pas; ces *mathématiques de l'à-peu-près* ne sont pas une forme plus simple et plus grossière des mathématiques; elles en sont, au contraire, une forme plus complète, plus raffinée; elles exigent la solution de problèmes parfois fort difficiles, parfois même transcendants aux méthodes dont dispose l'algèbre actuelle.

II. LA THÉORIE PHYSIQUE ET L'EXPÉRIENCE
(*La Théorie physique : son objet, sa structure*, 2e partie, chapitre 6, § 1-4)

1. *Le contrôle expérimental d'une théorie n'a pas, en physique, la même simplicité logique qu'en physiologie*

La théorie physique n'a d'autre objet que de fournir une représentation et une classification des lois expérimentales[1]; la seule épreuve qui permette de juger une théorie physique,

1. [N.d.T.] cf. *La Théorie physique*, 1re partie, chap. 2 : « Théorie physique et classification naturelle ».

de la déclarer bonne ou mauvaise, c'est la comparaison entre les conséquences de cette théorie et les lois expérimentales qu'elle doit figurer et grouper. Maintenant que nous avons minutieusement analysé les caractères d'une expérience de physique et d'une loi physique[1], nous pouvons fixer les principes qui doivent régir la comparaison entre l'expérience et la théorie; nous pouvons dire comment on reconnaîtra si une théorie est confirmée ou infirmée par les faits.

Beaucoup de philosophes, lorsqu'ils parlent des sciences expérimentales, ne songent qu'aux sciences encore voisines de leur origine, comme la physiologie, comme certaines branches de la chimie, où le chercheur raisonne directement sur les faits, où la méthode dont il use n'est que le sens commun rendu plus attentif, où la théorie mathématique n'a point encore introduit ses représentations symboliques. En de telles sciences, la comparaison entre les déductions d'une théorie et les faits d'expérience est soumise à des règles très simples; ces règles ont été formulées d'une manière particulièrement forte par Claude Bernard, qui les condensait en ce principe unique :

> L'expérimentateur doit douter, fuir les idées fixes et garder toujours sa liberté d'esprit.
> La première condition que doit remplir un savant qui se livre à l'investigation dans les phénomènes naturels, c'est de conserver une entière liberté d'esprit assise sur le doute philosophique[2].

Que la théorie suggère des expériences à réaliser, rien de mieux;

> nous pouvons suivre notre sentiment et notre idée, donner carrière à notre imagination, pourvu que toutes nos idées ne soient que des prétextes à instituer des expériences nouvelles

1. [N.d.T.] *La Théorie physique*, 2e partie, chap. 4 : « L'expérience en physique »; chap. 5 : « La loi physique ».
2. Cl. Bernard, *Introduction à la Médecine expérimentale*, Paris, 1865, p. 63; Flammarion, 1984, p. 68-69.

> qui puissent nous fournir des faits probants ou inattendus et féconds [1].

Une fois l'expérience faite et les résultats nettement constatés, que la théorie s'en empare pour les généraliser, les coordonner, en tirer de nouveaux sujets d'expérience, rien de mieux encore;

> si l'on est bien imbu des principes de la méthode, expérimentale, on n'a rien à craindre; car tant que l'idée est juste, on continue à la développer; quand elle est erronée, l'expérience est là pour la rectifier [2].

Mais tant que dure l'expérience, la théorie doit demeurer à la porte, sévèrement consignée, du laboratoire; elle doit garder le silence et laisser, sans le troubler, le savant face à face avec les faits; ceux-ci doivent être observés sans idée préconçue, recueillis avec la même impartialité minutieuse, soit qu'ils confirment les prévisions de la théorie, soit qu'ils les contredisent; la relation que l'observateur nous donnera de son expérience doit être un décalque fidèle et scrupuleusement exact des phénomènes; elle ne doit pas même nous laisser deviner quel est le système en lequel le savant a confiance, quel est celui dont il se méfie.

> Les hommes qui ont une foi excessive dans leurs théories ou dans leurs idées sont non seulement mal disposés pour faire des découvertes, mais ils font encore de très mauvaises observations. Ils observent nécessairement avec une idée préconçue et, quand ils ont institué une expérience, ils ne veulent voir dans ses résultats qu'une confirmation de leur théorie. Ils défigurent ainsi l'observation et négligent souvent des faits très importants, parce qu'ils ne concourent pas à leur but. C'est ce qui nous a fait dire ailleurs qu'il ne fallait jamais faire des expériences pour confirmer ses idées, mais simplement pour les contrôler [...].

1. *Ibid.*, p. 64; Flammarion, 1984, p. 69.
2. *Ibid.*, p. 60; Flammarion, 1984, p. 73.

> Mais il arrive tout naturellement que ceux qui croient trop à leurs théories ne croient pas assez à celles des autres. Alors l'idée dominante de ces contempteurs d'autrui est de trouver les théories des autres en défaut et de chercher à les contredire. L'inconvénient pour la science reste le même. Ils ne font des expériences que pour détruire une théorie au lieu de les faire pour chercher la vérité. Ils font également de mauvaises observations parce qu'ils ne prennent dans les résultats de leurs expériences que ce qui convient à leur but en négligeant ce qui ne s'y rapporte pas, et en écartant bien soigneusement tout ce qui pourrait aller dans le sens de l'idée qu'ils veulent combattre. On est donc conduit ainsi par deux voies opposées au même résultat, c'est-à-dire à fausser la science et les faits.
> La conclusion de tout ceci est qu'il faut effacer son opinion aussi bien que celle des autres devant les décisions de l'expérience; [...] qu'il faut accepter les résultats de l'expérience tels qu'ils se présentent, avec tout leur imprévu et leurs accidents [1].

Voici, par exemple, un physiologiste; il admet que les racines antérieures de la moelle épinière renferment les cordons nerveux moteurs et les racines postérieures, les cordons sensitifs; la théorie qu'il accepte le conduit à imaginer une expérience; s'il coupe telle racine antérieure, il doit supprimer la motilité de telle partie du corps sans en abolir la sensibilité; lorsqu'après avoir sectionné cette racine il observe les conséquences de son opération, lorsqu'il en rend compte, il doit faire abstraction de toutes ses idées touchant la physiologie de la moelle; sa relation doit être une description brute des faits; il ne lui est pas permis de passer sous silence un mouvement, un tressaillement contraire à ses prévisions; il ne lui est pas permis de l'attribuer à quelque cause secondaire, à moins qu'une expérience spéciale n'ait mis cette cause en évidence; il doit, s'il ne veut être accusé de mauvaise foi scientifique, établir une séparation absolue, une cloison

1. *Ibid.*, p. 67; Flammarion, 1984, p. 71-72.

étanche, entre les conséquences de ses déductions théoriques et la constatation des faits que lui révèlent ses expériences.

Une telle règle n'est point aisée à suivre; elle exige du savant un détachement absolu de son propre sentiment, une complète absence d'animosité à l'encontre de l'opinion d'autrui; la vanité comme l'envie ne doivent pas monter jusqu'à lui; comme dit Bacon, «il ne doit jamais avoir l'œil humecté par les passions humaines». La liberté d'esprit qui constitue, selon Claude Bernard, le principe unique de la méthode expérimentale, ne dépend pas seulement de conditions intellectuelles, mais aussi de conditions morales qui en rendent la pratique plus rare et plus méritoire.

Mais si la méthode expérimentale, telle qu'elle vient d'être décrite, est malaisée à pratiquer, l'analyse logique en est fort simple. Il n'en est pas de même lorsque la théorie qu'il s'agit de soumettre au contrôle des faits n'est plus une théorie de physiologie, mais une théorie de physique. Ici, en effet, il ne peut plus être question de laisser à la porte du laboratoire la théorie qu'on veut éprouver, car, sans elle, il n'est pas possible de régler un seul instrument, d'interpréter une seule lecture; nous l'avons vu, à l'esprit du physicien qui expérimente, deux appareils sont constamment présents; l'un est l'appareil concret, en verre, en métal, qu'il manipule; l'autre est l'appareil schématique et abstrait que la théorie substitue à l'appareil concret, et sur lequel le physicien raisonne; ces deux idées sont indissolublement liées dans son intelligence; chacune d'elles appelle nécessairement l'autre; le physicien ne peut pas plus concevoir l'appareil concret sans lui associer la notion de l'appareil schématique qu'un français ne peut concevoir une idée sans lui associer le mot français qui l'exprime. Cette impossibilité radicale, qui empêche de dissocier les théories de la physique d'avec les procédés expérimentaux propres à contrôler ces mêmes théories, complique singulièrement ce contrôle et nous oblige à en examiner minutieusement le sens logique.

À dire vrai, le physicien n'est pas le seul qui fasse appel aux théories dans le moment même qu'il expérimente ou qu'il relate le résultat de ses expériences; le chimiste, le physiologiste, lorsqu'ils font usage des instruments de physique, du thermomètre, du manomètre, du calorimètre, du galvanomètre, du saccharimètre, admettent implicitement l'exactitude des théories qui justifient l'emploi de ces appareils, des théories qui donnent un sens aux notions abstraites de température, de pression, de quantité de chaleur, d'intensité de courant, de lumière polarisée, par lesquelles on traduit les indications concrètes de ces instruments. Mais les théories dont ils font usage, comme les instruments qu'ils emploient, sont du domaine de la physique; en acceptant, avec les instruments, les théories sans lesquelles leurs indications seraient dénuées de sens, c'est au physicien que le chimiste et le physiologiste donnent leur confiance, c'est le physicien qu'ils supposent infaillible. Le physicien, au contraire, est obligé de se fier à ses propres idées théoriques ou à celles de ses semblables. Au point de vue logique, la différence est de peu d'importance; pour le physiologiste, pour le chimiste, comme pour le physicien, l'énoncé du résultat d'une expérience implique, en général, un acte de foi en tout un ensemble de théories.

2. *Qu'une expérience de physique ne peut jamais condamner une hypothèse isolée, mais seulement tout un ensemble théorique*

Le physicien qui exécute une expérience ou en rend compte reconnaît implicitement l'exactitude de tout un ensemble de théories. Admettons ce principe et voyons quelles conséquences on en peut déduire lorsqu'on cherche à apprécier le rôle et la portée logique d'une expérience de physique.

Pour éviter toute confusion, nous distinguerons deux sortes d'expériences; les expériences d'*application*, dont nous dirons un mot tout d'abord, et les expériences d'*épreuve*, qui doivent surtout nous occuper.

Vous êtes en présence d'un problème de physique à résoudre pratiquement; pour produire tel ou tel effet, vous voulez faire usage des connaissances acquises par les physiciens; vous voulez, par exemple, allumer une lampe électrique à incandescence; les théories admises vous indiquent le moyen de résoudre le problème; mais pour faire usage de ce moyen, vous devez vous procurer certains renseignements; vous devez, je suppose, déterminer la force électromotrice de la batterie d'accumulateurs dont vous disposez; vous mesurez cette force électromotrice; voilà une *expérience d'application*; cette expérience n'a pas pour but de reconnaître si les théories admises sont ou ne sont pas exactes; elle se propose simplement de tirer parti de ces théories; pour l'effectuer, vous faites usage d'instruments que légitiment ces mêmes théories; il n'y a rien là qui choque la logique.

Mais les expériences d'application ne sont pas les seules que le physicien ait à faire; c'est par elles seulement que la science peut aider la pratique; ce n'est point par elles que la science se crée et se développe; à côté des expériences d'application, il y a les *expériences d'épreuve*.

Un physicien conteste telle loi; il révoque en doute tel point de théorie; comment justifiera-t-il ses doutes? Comment démontrera-t-il l'inexactitude de la loi? De la proposition incriminée, il fera sortir la prévision d'un fait d'expérience; il réalisera les conditions dans lesquelles ce fait doit se produire; si le fait annoncé ne se produit pas, la proposition qui l'avait prédit sera irrémédiablement condamnée.

F.-E. Neumann a supposé que, dans un rayon de lumière polarisée, la vibration était parallèle au plan de polarisation; beaucoup de physiciens ont révoqué cette proposition en doute : comment M. O. Wiener s'y est-il pris pour transformer ce doute en certitude, pour condamner la proposition de Neumann? Il a déduit de cette proposition la conséquence que

voici : si l'on fait interférer un faisceau lumineux, réfléchi à 45° sur une lame de verre, avec le faisceau incident, polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, il doit se produire des franges, alternativement claires et obscures, parallèles à la surface réfléchissante; il a réalisé les conditions dans lesquelles ces franges devaient se produire et montré que le phénomène prévu ne se manifestait pas; il en a conclu que la proposition de F.-E. Neumann était fausse; que, dans un rayon polarisé, la vibration n'était pas parallèle au plan de polarisation.

Un pareil mode de démonstration semble aussi convaincant, aussi irréfutable que la réduction à l'absurde usuelle aux géomètres; c'est, du reste, sur la réduction à l'absurde que cette démonstration est calquée, la contradiction expérimentale jouant dans l'une le rôle que la contradiction logique joue dans l'autre.

En réalité, il s'en faut bien que la valeur démonstrative de la méthode expérimentale soit aussi rigoureuse, aussi absolue; les conditions dans lesquelles elle fonctionne sont beaucoup plus compliquées qu'il n'est supposé dans ce que nous venons de dire; l'appréciation des résultats est beaucoup plus délicate et sujette à caution.

Un physicien se propose de démontrer l'inexactitude d'une proposition; pour déduire de cette proposition la prévision d'un phénomène, pour instituer l'expérience qui doit montrer si ce phénomène se produit ou ne se produit pas, pour interpréter les résultats de cette expérience et constater que le phénomène prévu ne s'est pas produit, il ne se borne pas à faire usage de la proposition en litige; il emploie encore tout un ensemble de théories, admises par lui sans conteste; la prévision du phénomène dont la non-production doit trancher le débat ne découle pas de la proposition litigieuse prise isolément, mais de la proposition litigieuse jointe à tout cet ensemble de théories; si le phénomène prévu ne se produit pas, ce n'est pas la proposition litigieuse seule qui est mise en défaut, c'est tout l'échafaudage théorique dont le physicien a fait usage; la seule chose que nous apprenne l'expérience, c'est que, parmi toutes les propositions qui ont servi à prévoir ce phénomène et à constater qu'il ne se produisait pas, il y a au moins une erreur; mais où gît cette erreur, c'est ce qu'elle ne nous dit pas. Le physicien déclare-t-il que cette erreur est précisément contenue dans la proposition qu'il voulait réfuter et non pas ailleurs? C'est qu'il admet implicitement l'exactitude de toutes les autres propositions dont il a fait usage; tant vaut cette confiance, tant vaut sa conclusion.

Prenons, par exemple, l'expérience imaginée par Zenker et réalisée par M. O. Wiener; pour prévoir la formation de franges dans certaines circonstances, montrer que ces franges ne se produisaient pas, M. O. Wiener n'a pas fait usage seulement de la proposition célèbre de F.-E. Neumann, de la proposition qu'il voulait réfuter; il n'a pas seulement admis que, dans un rayon polarisé, les vibrations étaient parallèles au plan de polarisation; il s'est servi, en outre, des propositions, des lois, des hypothèses, qui constituent l'optique communément acceptée; il a admis que la lumière consistait en vibrations périodiques simples; que ces vibrations étaient normales au rayon lumineux; qu'en chaque point, la force vive moyenne du mouvement vibratoire mesurait l'intensité lumineuse; que l'attaque plus ou moins complète d'une pellicule photographique marquait les divers degrés de cette intensité; c'est en joignant ces diverses propositions, et bien d'autres qu'il serait trop long d'énumérer, à celle de Neumann, qu'il a pu formuler une prévision et reconnaître que l'expérience démentait cette prévision; si, selon M. Wiener, le démenti s'adresse à la seule proposition de Neumann, si, seule, elle doit porter la responsabilité de l'erreur que ce démenti a mise en évidence, c'est que M. Wiener regarde comme hors de doute les autres propositions par lui invoquées. Mais cette confiance ne s'impose pas de nécessité logique; rien n'empêche de regarder comme exacte la proposition de F.-E. Neumann et de faire porter le poids de la contradiction expérimentale à quelque autre proposition de l'optique communément admise; on peut fort bien, comme l'a montré M. H. Poincaré, arracher l'hypothèse de Neumann aux prises de l'expérience de M. O. Wiener, mais à la condition de lui abandonner en échange l'hypothèse qui prend la force vive moyenne du mouvement vibratoire pour mesure de l'intensité lumineuse; on peut, sans être contredit par l'expérience, laisser la vibration parallèle au plan de polarisation, pourvu qu'on mesure l'intensité lumineuse par l'énergie potentielle moyenne du milieu que déforme le mouvement vibratoire.

Ces principes ont une telle importance qu'il ne sera peut-être pas inutile de les appliquer à un second exemple; choisissons encore une expérience regardée comme une des plus décisives de l'optique.

On sait que Newton a imaginé une théorie des phénomènes optiques, la théorie de l'émission. La théorie de l'émission suppose la lumière formée de projectiles excessivement ténus, lancés avec une extrême vitesse par le Soleil et les autres sources lumineuses; ces projectiles pénètrent tous les corps transparents; de la part des diverses portions des milieux au sein desquels ils se meuvent, ils subissent des actions attractives ou répulsives; très puissantes lorsque la distance qui sépare les particules agissantes est toute petite, ces actions s'évanouissent lorsque les masses entre lesquelles elles s'exercent s'écartent sensiblement. Ces hypothèses essentielles, jointes à plusieurs autres que nous passons sous silence, conduisent à formuler une théorie complète de la réflexion et de la réfraction de la lumière; en particulier, elles entraînent cette conséquence : l'indice de réfraction de la lumière passant d'un milieu dans un autre est égal à la vitesse du projectile lumineux au sein du milieu où il pénètre, divisée par la vitesse du même projectile au sein du milieu qu'il abandonne.

C'est cette conséquence qu'Arago a choisie pour mettre la théorie de l'émission en contradiction avec les faits; de cette proposition, en effet, découle cette autre : la lumière marche plus vite dans l'eau que dans l'air; or, Arago avait indiqué un procédé propre à comparer la vitesse de la lumière dans l'air à la vitesse de la lumière dans l'eau; le procédé, il est vrai, était inapplicable, mais Foucault modifia l'expérience de telle manière qu'elle pût être exécutée, et il l'exécuta; il trouva que la lumière se propageait moins vite dans l'eau que dans l'air; on en peut conclure, avec Foucault, que le système de l'émission est incompatible avec les faits.

Je dis le *système* de l'émission et non l'*hypothèse* de l'émission; en effet, ce que l'expérience déclare entaché d'erreur, c'est tout l'ensemble des propositions admises par Newton, et, après lui, par Laplace et par Biot; c'est la théorie tout entière dont se déduit la relation entre l'indice de réfraction et la vitesse de la lumière dans les divers milieux; mais en condamnant en bloc ce système, en déclarant qu'il est entaché d'erreur, l'expérience ne nous dit pas où gît cette erreur; est-ce dans l'hypothèse fondamentale que la lumière consiste en projectiles lancés avec une grande vitesse par les corps lumineux ? Est-ce en quelque autre supposition touchant les actions que les corpuscules lumineux subissent de la part des milieux au sein desquels ils se meuvent ? Nous n'en savons rien. Il serait téméraire de croire, comme Arago semble l'avoir pensé, que l'expérience de Foucault condamne sans retour l'hypothèse même de l'émission, l'assimilation d'un rayon de lumière à une rafale de projectiles; si les physiciens eussent attaché quelque prix à ce labeur, ils fussent sans doute parvenus à fonder sur cette supposition un système optique qui s'accordât avec l'expérience de Foucault.

En résumé, le physicien ne peut jamais soumettre au contrôle de l'expérience une hypothèse isolée, mais seulement tout un ensemble d'hypothèses; lorsque l'expérience est en désaccord avec ses prévisions, elle lui apprend que l'une au moins des hypothèses qui constituent cet ensemble est

inacceptable et doit être modifiée; mais elle ne lui désigne pas celle qui doit être changée.

Nous voici bien loin de la méthode expérimentale telle que la conçoivent volontiers les personnes étrangères à son fonctionnement. On pense communément que chacune des hypothèses dont la physique fait usage peut être prise isolément, soumise au contrôle de l'expérience, puis, lorsque des épreuves variées et multipliées en ont constaté la valeur, mise en place d'une manière définitive dans le système de la physique. En réalité, il n'en est pas ainsi; la physique n'est pas une machine qui se laisse démonter; on ne peut pas essayer chaque pièce isolément et attendre, pour l'ajuster, que la solidité en ait été minutieusement contrôlée; la science physique, c'est un système que l'on doit prendre tout entier; c'est un organisme dont on ne peut faire fonctionner une partie sans que les parties les plus éloignées de celle-là entrent en jeu, les unes plus, les autres moins, toutes à quelque degré; si quelque gêne, quelque malaise se révèle, dans ce fonctionnement, c'est par l'effet produit sur le système tout entier que le physicien devra deviner l'organe qui a besoin d'être redressé ou modifié, sans qu'il lui soit possible d'isoler cet organe et de l'examiner à part. L'horloger auquel on donne une montre qui ne marche pas en sépare tous les rouages et les examine un à un jusqu'à ce qu'il ait trouvé celui qui est faussé ou brisé; le médecin auquel on présente un malade ne peut le disséquer pour établir son diagnostic; il doit deviner le siège et la cause du mal par la seule inspection des désordres qui affectent le corps entier; c'est à celui-ci, non à celui-là, que ressemble le physicien chargé de redresser une théorie boiteuse.

3. *L'« Experimentum crucis » est impossible en physique*

Insistons encore, car nous touchons à l'un des points essentiels de la méthode expérimentale telle qu'elle est employée en physique.

La réduction à l'absurde, qui semble n'être qu'un moyen de réfutation, peut devenir une méthode de démonstration; pour démontrer qu'une proposition est vraie, il suffit d'acculer à une conséquence absurde celui qui admettrait la proposition contradictoire de celle-là; on sait quel parti les géomètres grecs ont tiré de ce mode de démonstration.

Ceux qui assimilent la contradiction expérimentale à la réduction à l'absurde pensent qu'on peut, en physique, user d'un argument semblable à celui dont Euclide a fait un si fréquent usage en géométrie. Voulez-vous obtenir, d'un groupe de phénomènes, une explication théorique certaine, incontestable? Énumérez toutes les hypothèses qu'on peut faire pour rendre compte de ce groupe de phénomènes ; puis, par la contradiction expérimentale, éliminez-les toutes, sauf une ; cette dernière cessera d'être une hypothèse pour devenir une certitude.

Supposez, en particulier, que deux hypothèses seulement soient en présence; cherchez des conditions expérimentales telles que l'une des hypothèses annonce la production d'un phénomène et l'autre la production d'un phénomène tout différent; réalisez ces conditions et observez ce qui se passe; selon que vous observerez le premier des phénomènes prévus ou le second, vous condamnerez la seconde hypothèse ou la première; celle qui ne sera pas condamnée sera désormais incontestable; le débat sera tranché, une vérité nouvelle sera acquise à la science. Telle est la preuve expérimentale que l'auteur du *Novum Organum* a nommée: «*fait de la croix*, en empruntant cette expression aux croix qui, au coin des routes, indiquent les divers chemins »[1].

Deux hypothèses sont en présence touchant la nature de la lumière; pour Newton, pour Laplace, pour Biot, la lumière consiste en projectiles lancés avec une extrême vitesse; pour

1. [N.d.T.] cf. Francis Bacon, *Novum Organum*, livre II, aphorisme 36, trad. fr. M. Malherbe et J.-M. Pousseur, Paris, PUF, 1986, p. 255.

Huygens, pour Young, pour Fresnel, la lumière consiste en vibrations dont les ondes se propagent au sein d'un éther; ces deux hypothèses sont les seules dont on entrevoie la possibilité; ou bien le mouvement est emporté par le corps qu'il anime et auquel il demeure lié, ou bien il passe d'un corps à un autre. Suivons la première hypothèse: elle nous annonce que la lumière marche plus vite dans l'eau que dans l'air; suivons la seconde: elle nous annonce que la lumière marche plus vite dans l'air que dans l'eau. Montons l'appareil de Foucault; mettons en mouvement le miroir tournant; sous nos yeux, deux taches lumineuses vont se former, l'une incolore, l'autre verdâtre. La bande verdâtre est-elle à gauche de la bande incolore? C'est que la lumière marche plus vite dans l'eau que dans l'air, c'est que l'hypothèse des ondulations est fausse. La bande verdâtre, au contraire, est-elle à droite de la bande incolore? C'est que la lumière marche plus vite dans l'air que dans l'eau, c'est que l'hypothèse des ondulations est condamnée. Nous plaçons l'œil derrière la loupe qui sert à examiner les deux taches lumineuses, nous constatons que la tache verdâtre est à droite de la tache incolore; le débat est jugé; la lumière n'est pas un corps; c'est un mouvement vibratoire propagé par l'éther; l'hypothèse de l'émission a vécu; l'hypothèse des ondulations ne peut être mise en doute; l'expérience cruciale en a fait un nouvel article du *Credo* scientifique.

Ce que nous avons dit au paragraphe précédent montre combien on se tromperait en attribuant à l'expérience de Foucault une signification aussi simple et une portée aussi décisive; ce n'est pas entre deux hypothèses, l'hypothèse de l'émission et l'hypothèse des ondulations, que tranche l'expérience de Foucault; c'est entre deux ensembles théoriques dont chacun doit être pris en bloc, entre deux systèmes complets, l'optique de Newton et l'optique d'Huygens.

Mais admettons, pour un instant, que, dans chacun de ces systèmes, tout soit forcé, tout soit nécessaire de nécessité logique, sauf une seule hypothèse; admettons, par conséquent, que les faits, en condamnant l'un des deux systèmes, condamnent à coup sûr la seule supposition douteuse qu'il renferme. En résulte-t-il qu'on puisse trouver dans l'*experimentum crucis* un procédé irréfutable pour transformer en vérité démontrée l'une des deux hypothèses en présence, de même que la réduction à l'absurde d'une proposition géométrique confère la certitude à la proposition contradictoire? Entre deux théorèmes de géométrie qui sont contradictoires entre eux, il n'y a pas place pour un troisième jugement; si l'un est faux, l'autre est nécessairement vrai. Deux hypothèses de physique constituent-elles jamais un dilemne aussi rigoureux? Oserons-nous jamais affirmer qu'aucune autre hypothèse n'est imaginable? La lumière peut être une rafale de projectiles; elle peut être un mouvement vibratoire dont un milieu élastique propage les ondes; lui est-il interdit d'être quoi que ce soit d'autre? Arago le pensait sans doute, lorsqu'il formulait cette tranchante alternative: « la lumière se meut-elle plus vite dans l'eau que dans l'air? La lumière est un corps. Le contraire a-t-il lieu? La lumière est une ondulation». Mais il nous serait difficile de nous exprimer sous une forme aussi décisive; Maxwell, en effet, nous a montré qu'on pouvait tout aussi bien attribuer la lumière à une perturbation électrique périodique qui se propagerait au sein d'un milieu diélectrique.

La contradiction expérimentale n'a pas, comme la réduction à l'absurde employée par les géomètres, le pouvoir de transformer une hypothèse physique en une vérité incontestable; pour le lui conférer, il faudrait énumérer complètement les diverses hypothèses auxquelles un groupe déterminé de phénomènes peut donner lieu; or, le physicien n'est jamais sûr d'avoir épuisé toutes les suppositions imaginables; la vérité d'une théorie physique ne se décide pas à croix ou pile.

4. *Critique de la méthode newtonienne. Premier exemple : la mécanique céleste*

Il est illusoire de chercher à construire, au moyen de la contradiction expérimentale, une argumentation imitée de la réduction à l'absurde; mais la géométrie connaît, pour parvenir à la certitude, d'autres moyens que le procédé *per absurdum;* la démonstration directe, où la vérité d'une proposition est établie par elle-même, et non par la réfutation de la proposition contradictoire, lui semble le plus parfait des raisonnements. Peut-être la théorie physique serait-elle plus heureuse dans ses tentatives si elle cherchait à imiter la démonstration directe. Les hypothèses à partir desquelles elle déroulera ses conclusions devraient alors être éprouvées une à une; chacune d'elles ne devrait être acceptée que si elle présentait toute la certitude que la méthode expérimentale peut conférer à une proposition abstraite et générale; c'est-à-dire qu'elle serait nécessairement, ou bien une loi tirée de l'observation par le seul usage de ces deux opérations intellectuelles qu'on nomme induction et généralisation, ou bien un corollaire mathématiquement déduit de telles lois; une théorie fondée sur de telles hypothèses ne présenterait plus rien d'arbitraire ni de douteux; elle mériterait toute la confiance dont sont dignes les facultés qui nous servent à formuler les lois naturelles.

C'est une telle théorie physique que préconisait Newton, lorsqu'au *Scholium generale* qui couronne le livre des *Principes*, il rejetait si résolument hors de la philosophie naturelle toute hypothèse que l'induction n'a point extraite de l'expérience; lorsqu'il affirmait qu'en la saine physique, toute proposition doit être tirée des phénomènes et généralisée par induction.

La méthode idéale que nous venons de décrire mérite donc très justement d'être nommée méthode newtonienne. Newton, d'ailleurs, ne l'a-t-il pas suivie lorsqu'il a établi le système de l'attraction universelle, joignant ainsi à ses préceptes le plus grandiose des exemples ? Sa théorie de la gravitation ne se tire-t-elle pas tout entière des lois que l'observation a révélées à Kepler, lois que le raisonnement problématique transforme et dont l'induction généralise les conséquences ?

Cette première loi de Kepler : « Le rayon vecteur qui va du Soleil à une planète balaye une aire proportionnelle au temps pendant lequel on observe le mouvement de la planète », a en effet appris à Newton que chaque planète est constamment soumise à une force dirigée vers le Soleil.

La deuxième loi de Kepler : « L'orbite de chaque planète est une ellipse dont le Soleil est un foyer », lui a enseigné que la force sollicitant une planète déterminée varie avec la distance de cette planète au Soleil, et qu'elle est en raison inverse du carré de cette distance.

La troisième loi de Kepler : « Les carrés des durées de révolution des diverses planètes sont proportionnels aux cubes des grands axes de leurs orbites », lui a montré que diverses planètes, ramenées à une même distance du Soleil, subiraient de la part de cet astre des attractions proportionnelles à leurs masses respectives.

Les lois expérimentales établies par Kepler, transformées par le raisonnement géométrique, font connaître tous les caractères que présente l'action exercée par le Soleil sur une planète ; par induction, Newton généralise le résultat obtenu ; il admet que ce résultat exprime la loi suivant laquelle n'importe quelle portion de la matière agit sur n'importe quelle autre portion, et il formule ce grand principe : « Deux corps quelconques s'attirent mutuellement par une force qui est proportionnelle au produit de leurs masses et en raison inverse du carré de la distance qui les sépare ». Le principe de l'universelle gravitation est trouvé, il a été obtenu, sans qu'il soit fait usage d'aucune hypothèse fictive, par la méthode inductive dont Newton a tracé le plan.

Reprenons de plus près cette application de la méthode newtonienne ; voyons si une analyse logique un peu sévère laissera subsister l'apparence de rigueur et de simplicité que lui attribue cet exposé trop sommaire.

Pour assurer à cette discussion toute la clarté nécessaire, commençons par rappeler ce principe, familier à tous ceux qui traitent de la mécanique : on ne saurait parler de la force qui sollicite un corps dans des circonstances données avant d'avoir désigné le terme, supposé fixe, auquel on rapporte le mouvement de tous les corps ; lorsqu'on change ce terme de comparaison, la force qui représente l'effet produit, sur le corps observé, par les autres corps dont il est environné, change de direction et de grandeur suivant des règles que la mécanique énonce avec précision.

Cela posé, suivons les raisonnements de Newton.

Newton prend d'abord le Soleil pour terme de comparaison immobile ; il considère les mouvements qui animent les diverses planètes par rapport à ce terme ; il admet que ces mouvements sont régis par les lois de Kepler ; il en tire cette proposition : si le Soleil est le terme de comparaison auquel toutes les forces sont rapportées, chaque planète est soumise à une force dirigée vers le Soleil, proportionnelle à la masse de la planète et à l'inverse du carré de sa distance au Soleil. Quant à cet astre, étant pris pour terme de comparaison, il n'est soumis à aucune force.

Newton étudie d'une manière analogue le mouvement des satellites et, pour chacun d'eux, il choisit comme terme de comparaison immobile la planète que le satellite accompagne, la Terre s'il s'agit d'étudier le mouvement de la Lune, Jupiter si l'on s'occupe des masses périjoviales. Des lois toutes semblables aux lois de Kepler sont prises pour règles de ces mouvements ; il en résulte qu'on peut formuler cette nouvelle proposition : si l'on prend comme terme de comparaison immobile la planète qu'accompagne un satellite, ce satellite est soumis à une force dirigée vers la planète et en raison inverse du carré de sa distance à la planète. Si, comme il arrive pour Jupiter, une même planète possède plusieurs satellites, ces satellites, ramenés à une même distance de la planète, éprouveraient de sa part des forces proportionnelles à leurs masses respectives. Quant à la planète, elle n'éprouve aucune action de la part du satellite.

Telles sont, sous une forme très précise, les propositions que les lois de Kepler relatives aux mouvements des planètes, que l'extension de ces lois aux mouvements des satellites, autorisent à formuler. À ces propositions, Newton en substitue une autre qui peut s'énoncer ainsi : deux corps célestes quelconques exercent l'un sur l'autre une action attractive, dirigée suivant la droite qui les joint, proportionnelle au produit de leur masse et en raison inverse du carré de la distance qui les sépare; cet énoncé suppose tous les mouvements et toutes les forces rapportées à un même terme de comparaison : ce terme est un repère idéal que le géomètre peut bien concevoir, mais dont aucun corps ne marque, d'une manière exacte et concrète, la position dans le ciel.

Ce principe de la gravitation universelle est-il une simple généralisation des deux énoncés qu'ont fournis les lois de Kepler et leur extension aux mouvements des satellites? L'induction peut-elle le tirer de ces deux énoncés? Nullement. En effet, il n'est pas seulement plus général que ces deux énoncés; il ne leur est pas seulement hétérogène; il est en contradiction avec eux. S'il admet le principe de l'attraction universelle, le mécanicien peut calculer la grandeur et la direction des forces qui sollicitent les diverses planètes et le Soleil lorsqu'on prend ce dernier pour terme de comparaison, et il trouve que ces forces ne sont point telles que l'exigerait notre premier énoncé. Il peut déterminer la grandeur et la direction de chacune des forces qui sollicitent Jupiter et ses satellites lorsqu'on rapporte tous les mouvements à la planète, supposée immobile, et il constate que ces forces ne sont point telles que l'exigerait notre second énoncé.

Bien loin, donc, que le principe de la gravité universelle puisse se tirer, par la généralisation et l'induction, des lois d'observation que Kepler a formulées, il contredit formellement à ces lois. Si la théorie de Newton est exacte, les lois de Kepler sont nécessairement fausses.

Ce ne sont donc pas les lois tirées par Kepler de l'observation des mouvements célestes qui transfèrent leur certitude expérimentale immédiate au principe de la pesanteur universelle, puisqu'au contraire, si l'on admettait l'exactitude absolue des lois de Kepler, on serait contraint de rejeter la proposition sur laquelle Newton fonde la mécanique céleste. Bien loin de se réclamer des lois de Kepler, le physicien qui prétend justifier la théorie de la gravitation universelle trouve, tout d'abord, dans ces lois, une objection à résoudre; il lui faut prouver que sa théorie, incompatible avec l'exactitude de ces lois, soumet les mouvements des planètes et des satellites à d'autres lois assez peu différentes des premières pour que Tycho Brahé, Kepler et leurs contemporains n'aient pu discerner les écarts qui distinguent les orbites képlériennes des orbites newtoniennes; cette preuve se tire de ces circonstances que la masse du Soleil est très considérable par rapport aux masses des diverses planètes, que la masse d'une planète est très considérable par rapport aux masses de ses satellites.

Si donc la certitude de la théorie de Newton n'est pas une émanation de la certitude des lois de Kepler, comment cette théorie prouvera-t-elle qu'elle est valable? Elle calculera, avec toute l'approximation que comportent des méthodes algébriques sans cesse perfectionnées, les *perturbations* qui écartent, à chaque instant, chacun des astres de l'orbite que lui assigneraient les lois de Kepler; puis elle comparera les perturbations calculées aux perturbations qui ont été observées au moyen des instruments les plus précis et les méthodes les plus minutieuses. Une telle comparaison ne portera point seulement sur telle ou telle partie du principe newtonien; elle en invoquera toutes les parties à la fois; avec lui, elle invoquera aussi tous les principes de la dynamique; en outre, elle appellera à son aide toutes les propositions d'optique, de statique des gaz, de théorie de la chaleur, qui sont nécessaires pour justifier les propriétés des télescopes, pour les construire, pour les régler, pour les corriger, pour éliminer les erreurs causées par l'aberration diurne ou annuelle et par la réfraction atmosphérique. Il ne s'agit plus de prendre une à une des lois justifiées par l'observation et d'élever chacune d'elles, par l'induction et la généralisation, au rang de principe : il s'agit de comparer les corollaires de tout un ensemble d'hypothèses à tout un ensemble de faits.

Si, maintenant, nous recherchons les causes qui ont fait échouer la méthode newtonienne, en ce cas pour lequel elle avait été imaginée et qui en semblait l'application la plus parfaite, nous les trouverons dans ce double caractère de toute loi mise en œuvre par la physique théorique : cette loi est symbolique et elle est approchée.

Sans doute, les lois de Kepler portent très directement sur les objets mêmes de l'observation astronomique ; elles sont aussi peu symboliques que possible. Mais, sous cette forme purement expérimentale, elles restent impropres à suggérer le principe de la pesanteur universelle ; pour qu'elles acquièrent cette fécondité, il faut qu'elles soient transformées, qu'elles fassent connaître les caractères des forces par lesquelles le Soleil attire les diverses planètes.

Or, cette nouvelle forme des lois de Kepler est une forme symbolique ; seule, la dynamique donne un sens aux mots *force* et *masse* qui servent à l'énoncer ; seule, la dynamique permet de substituer les nouvelles formules symboliques aux anciennes formules réalistes, les énoncés relatifs aux *forces* et aux *masses* aux lois relatives aux orbites. La légitimité d'une telle substitution implique pleine confiance aux lois de la dynamique.

Et, pour justifier cette confiance, n'allons pas prétendre que les lois de la dynamique étaient hors de doute au moment où Newton en faisait usage pour traduire symboliquement les lois de Kepler ; qu'elles avaient reçu de l'expérience des

confirmations suffisantes pour entraîner l'adhésion de la raison. En réalité, elles n'avaient été soumises jusque-là qu'à des épreuves bien particulières et bien grossières ; leurs énoncés mêmes étaient demeurés bien vagues et bien enveloppés ; c'est seulement au livre des *Principes* qu'elles se sont trouvées, pour la première fois, formulées d'une manière précise ; c'est en l'accord des faits avec la mécanique céleste, issue des travaux de Newton, qu'elles ont rencontré leurs premières vérifications convaincantes.

Ainsi la traduction des lois de Kepler en lois symboliques, seules utiles à la théorie, supposait l'adhésion préalable du physicien à tout un ensemble d'hypothèses. Mais, de plus, les lois de Kepler étant seulement des lois approchées, la dynamique permettait d'en donner une infinité de traductions symboliques différentes. Parmi ces formes diverses, en nombre infini, il en est une, et une seule, qui s'accorde avec le principe de Newton. Les observations de Tycho Brahé, si heureusement réduites en lois par Kepler, permettent au théoricien de choisir cette forme ; mais elles ne l'y contraignent pas ; elles lui auraient également permis d'en choisir une infinité d'autres.

Le théoricien ne peut donc se contenter, pour justifier son choix, d'invoquer les lois de Kepler. S'il veut prouver que le principe qu'il a adopté est vraiment un principe de classification naturelle pour les mouvements célestes, il lui faut montrer que les perturbations observées s'accordent avec celles qui avaient été calculées d'avance ; il lui faut, de la marche d'Uranus, conclure l'existence et la position d'une planète nouvelle et, dans la direction assignée, trouver Neptune au bout de son télescope.